Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Мовсесян Нина Сергеевна
Должность: Проректор по учебной и воспитательной работе, молодежной политике ФГБОУ ВО "Ярославский ГАУ"
Дата подписания: 02.02.2024 11:01:58
Уникальный программный ключ:
fa349ae3f25a45647d89c8a718728 4ea10f48e8

DOI: 10.34286/1995-4638-2019-68-5
УДК 621.928–192
Материал поступил в редакцию 20.07.19.

В. В. ШМИГЕЛЬ, *доктор техн. н ук, профессор*
А. С. УГЛОВСКИЙ, *к ндидат техн. н ук, ст рший препод в тель*
Н. Ю. МАХАЕВА, *спир нт*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославская государственная сельскохозяйственная академия», Российская Федерация, г. Ярославль

VLADIMIR V. SHMIGEL, *Advanced Doctor in Engineering Sciences, Professor*
ARTEM S. UGLOVSKY, *Ph. D. of Engineering Sciences, Senior Lecturer*
NATALYA Y. MAKHAEVA, *Postgraduate*
Yaroslavl State Agricultural Academy, Russian Federation, Yaroslavl

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ДОЛГОВЕЧНОСТИ И НАДЕЖНОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПЛОСКОГО РЕШЕТА СЕПАРАТОРА В ПРОГРАММЕ ANSYS WORKBENCH

FORECASTING DURABILITY AND RELIABILITY OF SEPARATOR FLAT RESET MATERIALS IN ANSYS WORKBENCH

Аннотация. *Цель д нной ст тьи з ключ ется в исследов нии модели для прогнозиров ния многоосных уст лостных долговечностей стеклотекстолит и ст ли плоских решет сеп р тор . Р ссмотрены существующие методы р счет уст лостной прочности стеклотекстолит и ст ли: номин льного н пряжения, ср внительного н лиз , деформ ционные и энергетические, б зирующиеся н использов нии конструктивных н пряжений, понятий мех ники р зрушения. Предложен н лиз р спределения з п сов прочности в к ждой точке решет с применением прогр ммы Ansys. З п с прочности стеклотекстолит в зоне уд р решет сеп р тор превыш ет з п с прочности ст ли. Н хождение зн чений коэффициент з п с прочности по критерию м ксим льного н пряжения von Mises позволяет судить о н дежности изделия в целом. Предложенн я модель уст лостного ресурс , основ нн я н кривых S-N, используется для прогнозиров ния количеств циклов до отк з , происходящего при фиксиров нных условиях н грузки. По итог м уст лостного н лиз , выполненного в Ansys, построен эпюр срок службы. Н эпюре выявлены н иболее оп сные мест с точки зрения уст лостного р зрушения. Исходя из эпюр срок службы, определен срок службы м тери л – ст ль (106 циклов) немного выше, чем у стеклотекстолит (1,7×104–106 циклов). С точки зрения н дежности ст ль и стеклотекстолит поведут себя неплохо при р боте с уд рником, т к к об близки по удельной прочности.*

Ключевые слова: *п р метр уст лостного повреждения, конечно-элементный н лиз, предск з ние долговечности, многоосн я уст лость, периодическое гр ничное условие, стеклотекстолит.*

Abstract. *The purpose of this article is to study a model for predicting the multiaxial fatigue life of fiberglass and steel flat sieve separator. Existing methods for calculating the fatigue strength of fiberglass and steel are considered: nominal stress, comparative analysis, deformation and energy, based on the use of structural stresses, concepts of fracture mechanics. An analysis of the distribution of safety margins at each sieve point using the Ansys program is proposed. The safety margin of fiberglass in the impact zone of the separator sieve exceeds the safety margin of steel. Finding the values of the safety factor by the criterion of maximum voltage von Mises allows us to judge the reliability of the product as a whole. The proposed fatigue*

resource model based on S-N curves is used to predict the number of cycles to failure occurring under fixed load conditions. Based on the results of the fatigue analysis performed at Ansys, a plot of the service life is constructed. The diagram shows the most dangerous places in terms of fatigue failure. Based on the diagram of the service life, the service life of the material is determined - steel (106 cycles) is slightly higher than that of fiberglass (1.7 X 104–106 cycles). From the point of view of reliability, steel and fiberglass will behave well when working with a drummer, since both are close in specific strength.

***Keywords**: fatigue damage parameter, finite element analysis, durability prediction, multiaxial fatigue, periodic boundary condition, fiberglass.*

Введение

Благодаря своей высокой удельной прочности и высокой удельной жесткости композитные материалы широко используются во многих областях промышленности, особенно в авиационных и космонавтических конструкциях. Взяв за основу авиационные двигатели, некоторые основные компоненты выходят из строя при многоосной усталостной нагрузке. Поскольку составные конструктивные элементы могут подвергаться различным формам многоосного циклического нагружения, задача прогнозирования многоосных усталостных долговечностей конструкций становится существенной и необходимой.

Многоосная усталость композитных материалов может быть разделена на усталость при одноосном нагружении (УОН) и усталость при многоосном нагружении (УМН). Многоосное напряженное состояние усталости при одноосном нагружении вызвано анизотропией композиционных материалов, поэтому отношение двухосного напряжения является неизменным. Многоосное напряженное состояние усталости при многоосном нагружении вызвано как анизотропией композиционных материалов, так и многоосным нагружением, поэтому отношение двухосного напряжения можно изменять в зависимости от внешней нагрузки.

Усталостное поведение композиционных материалов под УОН было изучено подробно. Теоретические подходы исследования включают уравнение S-N, основанные на остаточной прочности / жесткости, и модели, основанные на механизмах прогрессивного разрушения.

Для металлических материалов рост усталостной трещины представляет собой процесс декогезии вдоль полос сдвига вершины трещины. Нормальная деформация на плоскости трещины ускоряет этот процесс устранения когезии. На основе этого механизма усталостного повреждения некоторые исследователи предложили различные подходы к критическим плоскостям, такие как Финдли, Фатеми, Смит, Шан и др. Хорошая корреляция с данными испытаний была получена для различных материалов и условий загрузки. Поскольку подход с критической плоскостью отражает механизм многоосного усталостного повреждения, Petermann и Plumtree и др. представил концепцию критической плоскости в своих исследованиях однонаправленных слоистых материалов, которые подвергались циклической внеосевой усталостной нагрузке. Этот подход требует только свойств материала волокон и матрицы вместе с одной кривой между параметром усталостного повреждения и усталостным сроком службы. Следовательно, это очень удобно для применения в технике.

На мезоскопическом уровне композитные материалы состоят из волокон и матрицы. Для простоты предполагается, что волокна периодически распределены в композитных материалах. Путем применения соответствующих периодических граничных условий к соответствующей элементарной ячейке можно анализировать поля напряжений и деформаций в волокнах и матрице.

Цель данной статьи – предложить модель для прогнозирования многоосных усталостных долговечностей стеклотекстолита и стали плоских решет сепаратора. Модель элементарной ячейки в масштабе волокон используется для расчета полей напряжений и деформаций. С новым предложенным

энергетическим параметром усталостного повреждения модель можно использовать для прогнозирования усталостных долговечностей усталости при одноосном нагружении и усталости при многоосном нагружении.

Метод усталостного прогнозирования долговечности

Энергетический п р метр уст лостного повреждения

Плоскость разрушения однонаправленного стеклотекстолита параллельна волокнам, когда они подвергаются циклическому вне осевому нагружению. С плоскостью разрушения в качестве критической плоскости, концепция критической плоскости была использована для решения проблемы многоосного предсказания усталостной долговечности Petermann и Plumtree и др. Их параметры усталостного повреждения определяются как уравнения (1) и (2) соответственно:

$$W^* = \frac{1-R^2}{2}\left(\sigma_{22}^{\max}\varepsilon_{22}^{\max} + \tau_{12}^{\max}\gamma_{12}^{\max}\right) \qquad (1)$$

$$W^* = \sigma_{22}^{\max}\Delta\varepsilon_{22} + \frac{\tau_{12}^{\max}\Delta\gamma_{12}}{2}, \qquad (2)$$

где R – отношение минимальной к максимальной нагрузке; σ_{22} и τ_{12} – нормальное напряжение и напряжение сдвига на критической плоскости, соответственно; ε_{22} и γ_{12} – нормальное напряжение и деформация сдвига на критической плоскости соответственно; $\Delta\varepsilon_{22}$ и $\Delta\gamma_{12}$ – диапазон деформации растяжения и деформации сдвига на критической плоскости, соответственно.

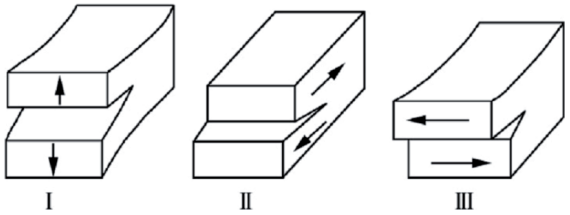


Рисунок 1 – Основные формы распространения трещин

Figure 1 – The main forms of crack propagation

С точки зрения механики разрушения, есть три основных формы распространения трещин, как показано на рисунке 1. Для композитных материалов, которые потерпели неудачу из-за растрескивания матрицы, эти три формы распространения трещин учитываются в этой статье, и соответствующие напряжения и компоненты деформации в матрице используются для установления нового энергетического параметра усталостного повреждения в следующей части.

При сложном циклическом нагружении напряжение в поперечном направлении матрицы не везде положительное. Поскольку сжимающее напряжение закроет трещину и заблокирует распространение трещины, параметр повреждения в поперечном направлении матрицы определяется формулой (3)

$$\begin{cases} W_{22}^* = \dfrac{\left(\sigma_{22}^{\max}\varepsilon_{22}^{\max}u\left(\sigma_{22}^{\max}\right) - \sigma_{22}^{\min}\varepsilon_{22}^{\min}u\left(\sigma_{22}^{\min}\right)\right)}{2} \\ W_{22}^* = \dfrac{\left(1-R^2\right)}{2}\sigma_{22}^{\max}\varepsilon_{22}^{\max} \text{ при } \sigma_{22}^{\min} \geq 0, \end{cases} \qquad (3)$$

где $u(x)$ – функция единичного шага: $u(x) = 1$, когда $x > 0$; и $(x) = 0$, когда $x < 0$.

Поскольку положительное и отрицательное напряжение сдвига оказывает одинаковое влияние на распространение трещины, параметр повреждения, соответствующий напряжению сдвига, определяется уравнениями (4) и (5):

$$\begin{cases} W_{23}^* = \dfrac{\operatorname{sgn}\left(\tau_{23}^{\max}\right)\tau_{23}^{\max}\gamma_{23}^{\max} - \operatorname{sgn}\left(\tau_{23}^{\min}\right)\tau_{23}^{\min}\gamma_{23}^{\min}}{2} \\ W_{23}^* = \dfrac{\left(1-R^2\right)}{2}\tau_{22}^{\max}\gamma_{22}^{\max} \text{ при } \tau_{22}^{\min} \geq 0 \end{cases} \qquad (4)$$

$$\begin{cases} W_{21}^* = \dfrac{\operatorname{sgn}\left(\tau_{21}^{\max}\right)\tau_{21}^{\max}\gamma_{21}^{\max} - \operatorname{sgn}\left(\tau_{21}^{\min}\right)\tau_{21}^{\min}\gamma_{21}^{\min}}{2} \\ W_{21}^* = \dfrac{\left(1-R^2\right)}{2}\tau_{21}^{\max}\gamma_{21}^{\max} \text{ при } \tau_{21}^{\min} \geq 0 \end{cases} \qquad (5)$$

где sgn (x) – знаковая функция: sgn $(x) = 1$, когда $x > 0$; sgn $(x) = -1$, когда $x < 0$.

Экспериментальные результаты однонаправленных слоистых материалов показывают, что кривая $S - N$ в каждом основном направлении материала не совпадает друг с другом, т. е. каждый компонент напряжения имеет различный вклад в усталостное повреждение.

На основании приведенного выше анализа энергетический параметр усталостного повреждения матрицы определяется как

$$W^* = W_{22}^* V_{\mathrm{m}} + \frac{Y^2}{S^2}\left(W_{23}^* V_{\mathrm{m}} + W_{21}^* V_{\mathrm{m}}\right),$$

где V_m – объем матрицы; Y – статическая прочность на растяжение в поперечном направлении, а S – статическая прочность на сдвиг в главной плоскости материала.

Когда для анализа полей напряжений и деформаций на мезоскопическом уровне используется элементарная ячейка в масштабе волокон, параметр энергетического усталостного повреждения W^* может быть расширен, как уравнение (6), на основе метода среднего объема:

$$W^* = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N_m} W^*_{22i} V_i + \frac{1}{V} \times \frac{Y^2}{S^2} \sum_{i=1}^{N_m} \left(W^*_{23i} V_i + W^*_{21i} V_i \right), \quad (6)$$

где N_m – количество элементов матрицы; V_i – объем i-го элемента матрицы; V – объем всей элементарной ячейки.

Когда подход к критической плоскости используется для прогнозирования усталостных долговечностей стеклотекстолита, стеклотекстолит обычно упрощается до двумерной модели. Кроме того, компонент напряжения / деформации, используемый в параметре усталостного повреждения, является средним значением в матрице. Однако поля напряжений и деформаций в матрице не являются однородными, поэтому среднее значение не может точно отражать влияние напряжения / деформации на усталостное повреждение. Используя уравнение (6), вклад компонентов напряжения и деформации в усталостное повреждение может быть отражен более точно.

Численный анализ напряжений / деформаций

Н пряжение в к ждом м тери льном н - пр влении

В настоящее время экспериментальные исследования в аспекте многоосной усталости можно разделить на два типа, то есть однонаправленные стеклотекстолиты, подвергнутые одноосному воздействию, и композитные материалы, подвергнутые растягивающему кручению.

Независимо от того, какой из них принят, внешняя нагрузка должна быть преобразована в систему координат материала при прогнозировании усталостных долговечностей композиционных материалов. Для нагрузки растяжения-кручения на рисунке 2 взаимосвязь между глобальной системой координат и системой координат материала может быть выражена как:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix},$$

где T – матрица преобразования координат, а ее конкретное выражение

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}.$$

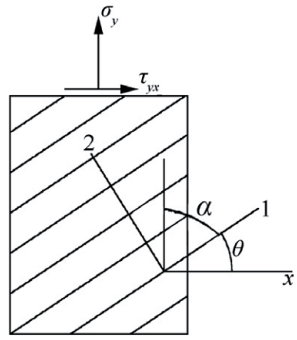


Рисунок 2 – Связь между двумя системами координат

Figure 2 – Relationship between two coordinate systems

Геометрическая модель элементарной ячейки

Всегда предполагается, что волокна распределены периодически в матрице. Наиболее распространенными формами распределения являются квадратное диагональное расположение, квадратное расположение и шестиугольное расположение, как показано на рисунке 3. Для удобства моделирования методом конечных элементов в этом документе принято квадратное расположение.

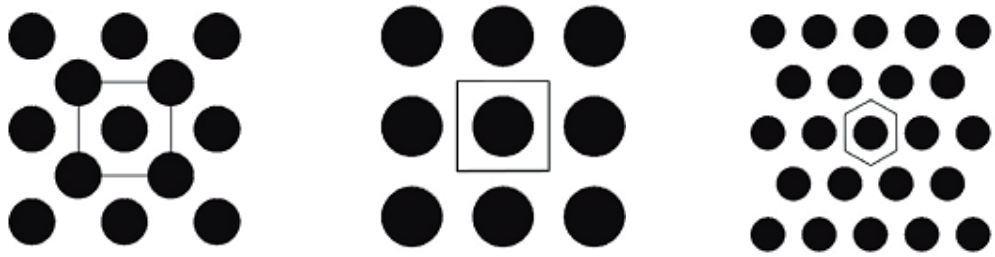
Конечно-элементная модель элементарной ячейки

Перед анализом делаются некоторые основные предположения, как показано ниже:

- связь между волокном и матрицей настолько хороша, что они не отделятся друг от друга до отказа;
- пористость композиционных материалов достаточно мала, чтобы ее можно было игнорировать;
- волокна и матрица находятся в упругом состоянии в течение всего процесса.

Основываясь на системе ANSYS, элементарная ячейка в этой статье состоит из трехмерных твердых элементов (см. рису-

нок 4, цилиндр в центре элементарной ячейки представляет собой волокно, а остальные представляют матрицу). Кроме того, периодические граничные условия выполняются через уравнения ограничения узловых перемещений в ANSYS. Следовательно, здесь производится одинаковая сетка каждой противоположной области элементарной ячейки.



а *б* *в*

Рисунок 3 – Формы расположения волокна в матрице стеклотекстолита: – квадратное диагональное расположение; *б* – квадратное расположение; *в* – шестиугольное расположение

Figure 3 – Forms of fiber arrangement in a fiberglass matrix: a – square diagonal arrangement; b – square arrangement; in – hexagonal arrangement

Периодическое граничное условие

Ученый Xia и др. [5] предложили явную унифицированную форму граничных условий для периодического элемента репрезентативного объема (RVE). Это может быть выражено как

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\varepsilon}\Delta x_k^i,\ i,k = x,y,z, \qquad (7)$$

где $\bar{\varepsilon}$ – средняя деформация модели элементарной ячейки; Δx_k^i – расстояние между противоположными областями, а верхние индексы *j*+ и *j*– представляют положительные и отрицательные области *j*-х противоположностей соответственно.

Для волоконной модели элементарной ячейки, которая подвергается многоосной усталостной нагрузке в плоскости (см. рисунок 5), уравнение (7) можно указать, как показано ниже.

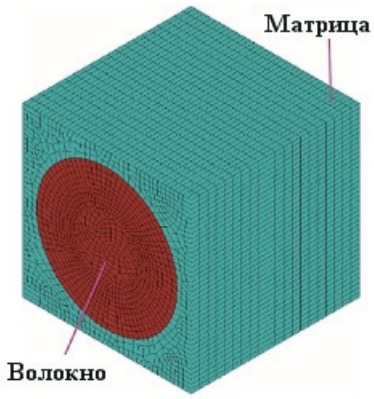


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель модели элементарной ячейки

Figure 4 – The finite element model of the unit cell model

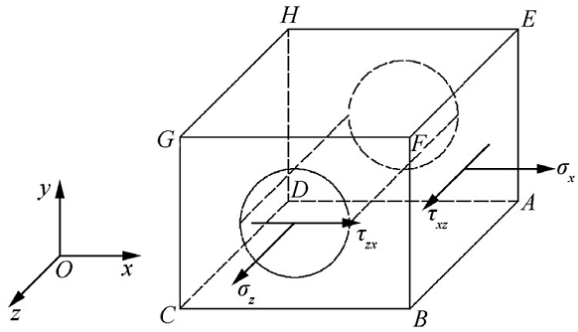


Рисунок 5 – Модель элементарной ячейки композиционных материалов, которые подвергаются многоосному нагружению в плоскости

Figure 5 – Model of a unit cell of composite materials that are subjected to multiaxial loading in the plane

Уравнения ограничения поверхностей

Поверхность ABFE и DCGH:

$$\begin{cases} u_{\mathrm{ABFE}} - u_{\mathrm{DCGH}} = \varepsilon_x xx = u_a \\ v_{ABFE} - v_{\mathrm{DCGH}} = 0 \\ w_{\mathrm{ABFE}} - w_{\mathrm{DCGH}} = \gamma_{xz} xx = w_a. \end{cases}$$

Поверхность EFGH и ABCD:

$$\begin{cases} u_{\mathrm{EFGH}} - u_{\mathrm{ABCD}} = 0 \\ v_{\mathrm{EFGH}} - v_{\mathrm{ABCD}} = v_H \\ w_{\mathrm{EFGH}} - w_{\mathrm{ABCD}} = 0. \end{cases}$$

Поверхность BCGF и ADHE:

$$\begin{cases} u_{\mathrm{BCGF}} - u_{\mathrm{ADHE}} = \gamma_{xz} zz = u_c \\ v_{\mathrm{BCGF}} - v_{\mathrm{ADHE}} = 0 \\ w_{\mathrm{BCGF}} - w_{\mathrm{ADHE}} = \varepsilon_z zz = w_c, \end{cases}$$

где u, v и w – компоненты смещения вдоль осей x, y и z соответственно; xx – расстояние от грани *ABFE* до грани *DCGH*; zz – расстояние от грани *BCGF* до грани *ADHE*.

Уравнения ограничения линий

При многоосном напряжении в плоскости узел на каждом ребре грани *EFGH* имеет такое же смещение, что и соответствующий узел на грани *ABCD* в плоскости окси. Следовательно, уравнения ограничений узлов на этих ребрах включены в уравнения ограничений соответствующих поверхностей. Уравнения (8), (9), (10) дают уравнения ограничения линий покоя.

Линия *EA* и *HD*:

$$\begin{cases} u_{EA} - u_{HD} = \varepsilon_x xx = u_A \\ v_{EA} - v_{HD} = 0 \\ w_{EA} - w_{HD} = \gamma_{xz} xx = w_A. \end{cases} \quad (8)$$

Линия *FB* и *EA*:

$$\begin{cases} u_{FB} - u_{EA} = \gamma_{xz} zz = u_c \\ v_{FB} - v_{EA} = 0 \\ w_{FB} - w_{EA} = \varepsilon_z zz = w_c. \end{cases} \quad (9)$$

Линия *GC* и *HD*:

$$\begin{cases} u_{GC} - u_{HD} = \gamma_{xz} zz = u_C \\ v_{GC} - v_{HD} = 0 \\ w_{GC} - w_{HD} = \varepsilon_z zz = w_C. \end{cases} \quad (10)$$

Уравнения ограничения угловых узлов

Все степени свободы узла *D* ограничены, и уравнения ограничения других угловых узлов включены в соответствующие строки.

$$u_D = v_D = w_D = 0.$$

При анализе полей напряжений и деформаций в модели элементарной ячейки эквивалентная нагрузка в каждом направлении основного материала рассчитывается методом объемного среднего (уравнение (11)). Чтобы сделать разницу между эквивалентной нагрузкой и внешней нагрузкой в пределах определенного диапазона ошибок, дихотомия используется для корректировки заданной деформации в каждом основном направлении материала:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V}\sum_{k=1}^{N} \sigma_{ijk} V_k, \quad (11),$$

где N – число целых элементов; σ_{ijk} – напряжение k-го элемента в направлении ij; V_k – объем k-го элемента; V – объем всей элементарной ячейки.

Из диаграмм (рисунок 5 и 6) видно, что коэффициент нагрузки стали превышает в 45 раз коэффициент нагрузки стеклотекстолита. Данный коэффициент нагрузки больше единицы, потери устойчивости не ожидается. Например, для стеклотекстолита он 9,35, т. е. приложенная нагрузка в 9,35 раз меньше критической.

Таблица 1 – Механические свойства стеклотекстолита и стали

Материал	Модуль упругости (ГПа)	Коэффициент Пуассона
Стеклотекстолит	72,4	**0,22**
Сталь	190	**0,26**

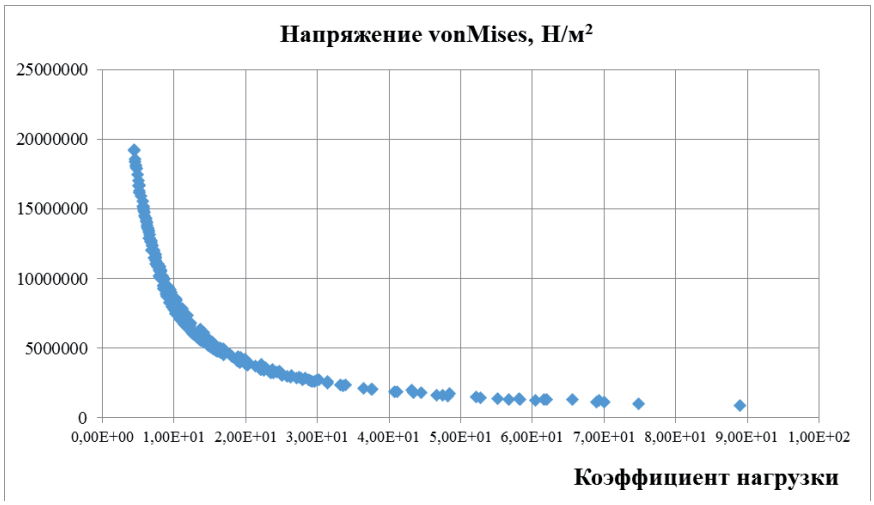


Рисунок 6 – Статический анализ на исследование усталости стеклотекстолита

Figure 6 – Static analysis for the study of fatigue fiberglass

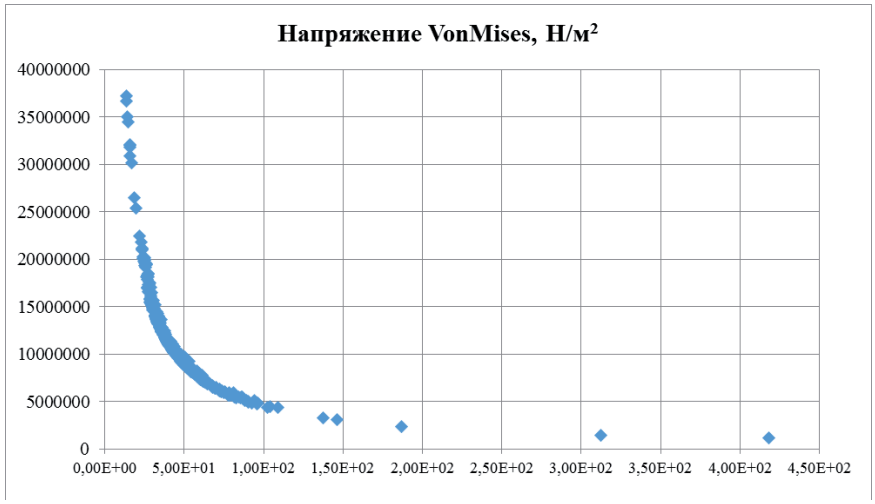


Рисунок 7 – Статический анализ на исследование усталости стали

Figure 7 – Static analysis for the study of steel fatigue

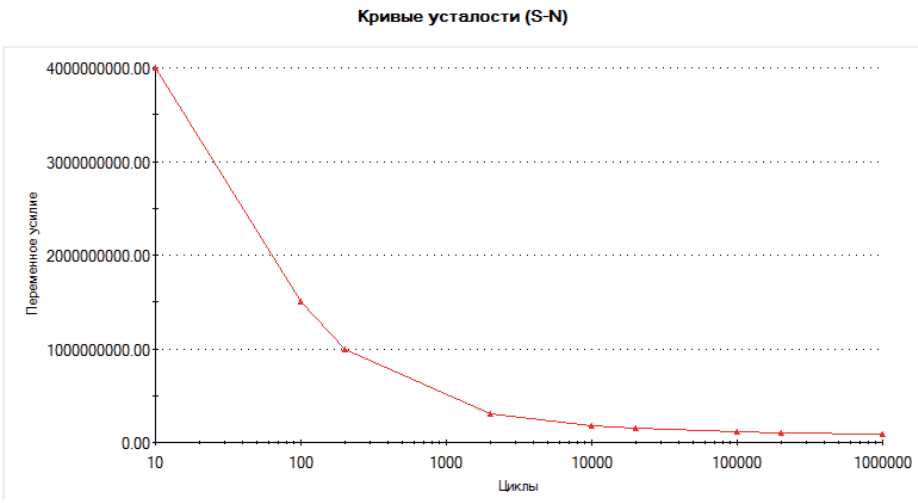


Рисунок 8 – Кривая усталости S–N для стали

Figure 8 – Fatigue curve S – N for steel

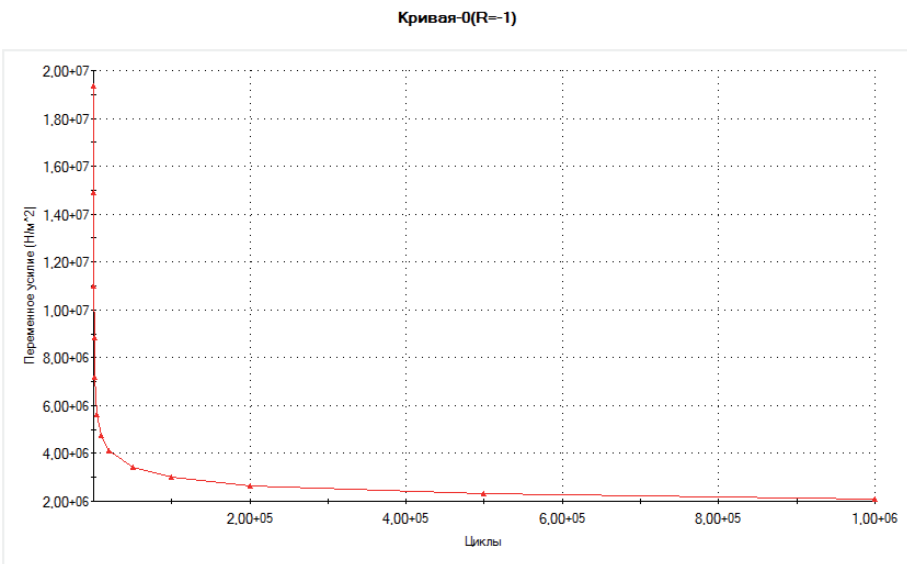


Рисунок 9 – Кривая усталости S-N для стеклотекстолита

Figure 9 – Fatigue curve S-N for fiberglass

Сила удара ударника *F* по поверхности решета изменяется в пределах от 40 до 250 Н.

Соответствующая сила *F*, необходимая для наложения сгибающего смещения, определяется следующим уравнением:

$$F = \frac{Ebh^3}{L^3} u_{\text{В}},$$

где *b* – ширина образца; *h* – толщина образца; *L* – длина изгиба.

Согласно распределению изгибающего момента, наибольшая часть ограничения соответствует максимальному смещению, максимальное индуцированное напряжение в этой конкретной точке определяется уравнением текучести:

$$\sigma_{\max} = \frac{3FL}{bh^2}.$$

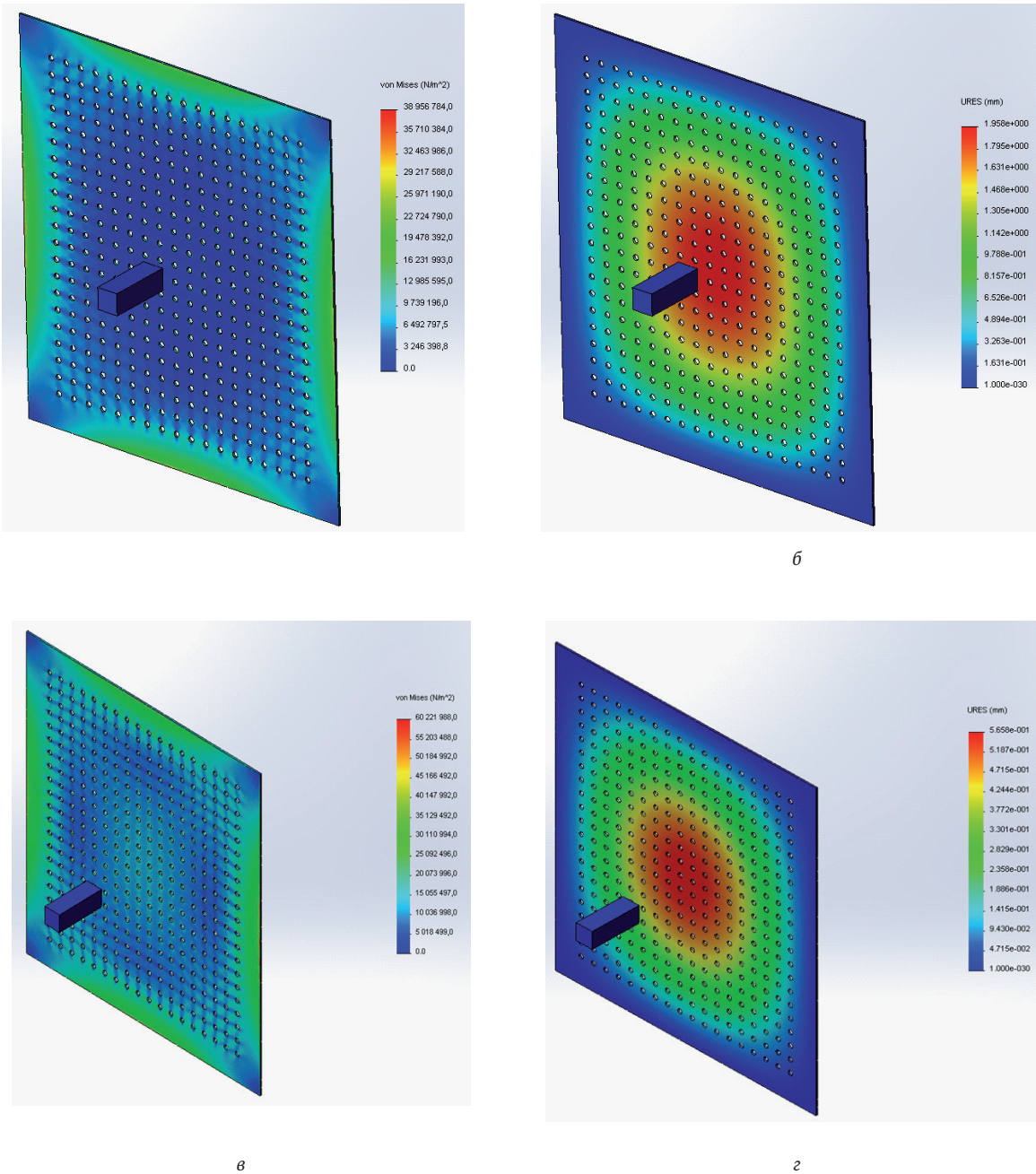


Рисунок 10 – Эпюры критерий максимального напряжение по Мизесу, основанные на теории Мизез-Хенки и результирующее смещение: , *б* – стеклотестолит; *в*, *г* – сталь

Figure 10 – Diagrams of the criterion of maximum stress according to Mises, based on the Misez-Henki theory and the resulting displacement: a, b – fiberglass; c, d – steel

Моделирование методом конечных элементов выполняется для проверки предложенной аналитической модели.

Наложенное смещение применяется к твердому телу (рисунок 10). Аналитические, конечно-элементные и экспериментальные результаты сравниваются, как показано на рисунках 5 и 6.

Критерий максимального напряжения по Мизесу основывается на теории Мизез-Хенки, также известной как теория энергии формоизменения.

В исчислении главных напряжений s_1, s_2 и s_3, напряжение по Мизесу выражено как:

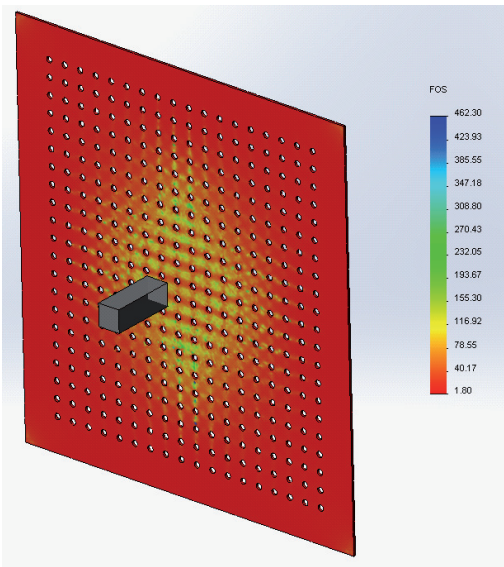
$$s_{\text{vonMises}} = \left(\frac{(s_1 - s_2)^2 + (s_2 - s_3)^2 + (s_1 - s_3)^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

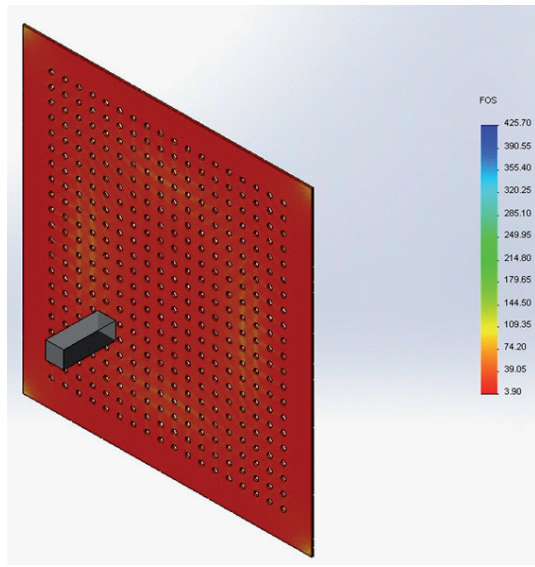
Теория утверждает, что пластичный материал начинает повреждаться в местах, где напряжение по Мизесу становится равным предельному напряжению.

Предел текучести – свойство, зависящее от температуры. Настоящая заданная величина предела текучести должна учитывать температуру компонента. Коэффициент запаса прочности в данном месте подсчитывается на основе

Коэффициент запаса прочности

$$(FOS) = \frac{\sigma_{\text{предел.}}}{\sigma_{\text{vonMises}}}.$$





б

Рисунок 11 – Коэффициент запаса прочности: – стеклотекстолит; *б* – сталь

Figure 11 – Safety factor: a – fiberglass; b – steel

На рисунке 11 можем проанализировать распределение запасов прочности в каждой точке решета. По расцветке эпюры видим, что запас прочности стеклотекстолита в зоне удара превышает запас прочности стали. При помощи зондирования в максимальных точках: у стеклотекстолита 195 FOS, у стали 43 FOS. Нахождение значений коэффициента запаса прочности по критерию максимального напряжения von Mises позволяет судить о надежности изделия в целом.

Усталостное поведение исследованных материалов исследуется по кривым S–N. Максимальное начальное приложенное напряжение в зависимости от количества циклов до отказа показано на рисунках 5 и 6. Точки, относящиеся к различным испытаниям на усталость, попадают в линию, которая может быть установлена в соответствии с [6] по следующему уравнению:

$$\sigma_{\max} = -A \log N + B,$$

где A – наклон кривой S–N, что означает чувствительность к усталостному сопротивлению; B – кажущаяся прочность на изгиб.

Значения этих усталостных постоянных определили по линиям тренда в программе Excel.

Уравнения усталостной долговечности материалов для решета из стеклотекстолита: $\sigma_{max} = -6\log(N) + 2\times10^7$, для стали $\sigma_{max} = -\log(N) + 5\times10^7$.

Кривые *S–N*, показанные на рисунках *5* и *6*, показывают одинаковую форму, следовательно, такую же кинетику усталости. Однако кривые имеют разные наклоны и точки пересечения. Следовательно, содержание волокна оказывает значительное влияние на чувствительность к усталостному сопротивлению (А) и на кажущуюся прочность на изгиб (В). Более того, при почти одинаковом начальном приложенном максимальном напряжении, чем выше содержание волокна, тем ниже усталостная долговечность. Таким образом, можно сделать вывод, что увеличение содержания волокна приводит к более хрупкой структуре, что снижает усталостную долговечность в условиях усталостного изгиба.

В данной статье модель усталостного ресурса, основанная на кривых *S–N*, используется для прогнозирования количества циклов до отказа, происходящего при фиксированных условиях нагрузки. Сендецкий [1] предположил, что остаточная прочность после циклов усталости с постоянной амплитудой связана с начальной предельной статической силой с помощью детерминированного уравнения. Отправной точкой модели является уравнение, предложенное Каприно и Д'Амором [8]:

$$\frac{d\sigma}{dn} = -C_1 n^{-m_1}.$$

Поскольку модель предназначена для постоянной нагрузки частоты, существует простая связь между циклом и временными областями:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -C_2 n^{-m_1}, \qquad (12)$$

где n – число циклов усталости; σ – остаточная прочность после n циклов; m_1 – постоянная материала и $C_2 = AF(R,\sigma_u, \sigma_{max})$; A – постоянная величина; σ_u – начальная остаточная прочность, σ_{max} – максимальное приложенное напряжение; R – отношение напряжений.

Усталостное разрушение происходит, когда σ_u уменьшается, чтобы быть равным σ_{max}. Количество циклов, необходимых для снижения прочности материала от σ_u до σ_{max}, составляет усталостную долговечность материала.

На основе детерминированных уравнений, разработанных Сендецким [1] и Герцбергом, получены следующие уравнения:

• для напряжения и обратной нагрузки:

$$F(R,\sigma_u,\sigma_{max}) = \sigma_u^{1+\gamma}\sigma_{max}^{\gamma}(1-R)^{\gamma}; \qquad (13)$$

• для сжатия-сжатия нагрузки:

$$F(R,\sigma_u,\sigma_{max}) = \sigma_u^{1+\gamma}\sigma_{max}^{\gamma}\left(1-\frac{1}{R}\right)^{\gamma},$$

где $\gamma = 1,6 - \sin\theta$; θ – наименьший угол между направлением волокна и направлением нагрузки.

Путем интегрирования уравнения (12) от $t = t_0$, первого статического цикла, до $t = T$, времени, когда происходит разрушение:

$$(\sigma_{max} - \sigma_u) = -\frac{C_2}{-m_1+1}t^{-m_1+1}\Bigg|_{t=t_0,\,n=1}^{t=T,\,n=N},$$

где $t = \dfrac{n}{f}$.

Подставляя C_2 в уравнение (13):

$$(\sigma_{max} - \sigma_u) = -\frac{AF(R,\sigma_u,\sigma_{max})}{-m_1+1}\frac{1}{f^{-m_1+1}}\left(N^{-m_1+1}-1\right).$$

Математическая модель напряжения и обратной нагрузки определяется как

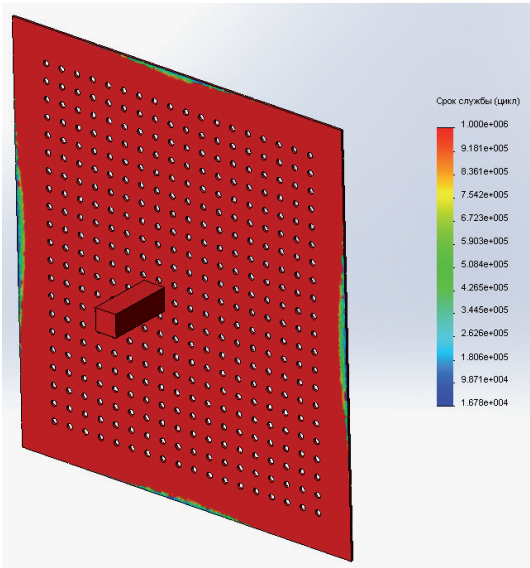
$$\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{max}}-1\right)\left(\frac{\sigma_u}{\sigma_{max}}\right)^{\gamma-1}\frac{1}{(1-R)^{\gamma}}f^{\beta} = \alpha\left(N^{\beta}-1\right).$$

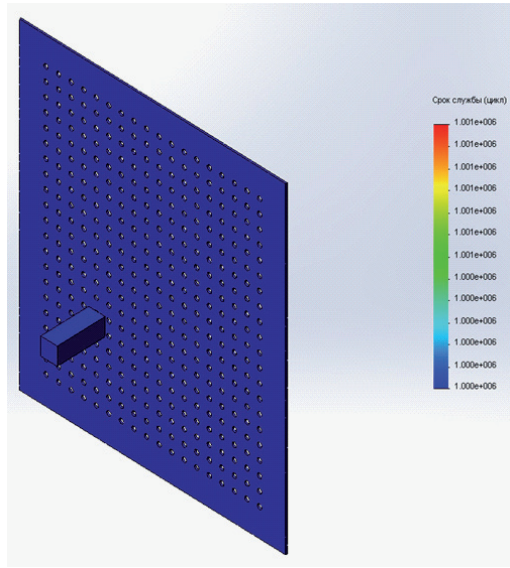
Эта модель имеет два параметра, которые должны быть определены α и β из экспериментальных данных α задается наклоном прямой линейной регрессии.

Рекомендуется вычислять α и β с использованием наборов данных из испытаний, выполненных при отношении напряжений R = 0,1 для растяжения и R = 10 для сжатия, чтобы минимизировать ошибки, вызванные разбросом в наборе данных усталости [2–4].

Каваи и Коидзуми [7] предположили кривую *S–N* в сочетании с диаграммой постоянного усталостного ресурса (CFL) для исследования эффекта отношения напряжений:

$$2N = \frac{2}{\alpha}\frac{\left(1-\dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_B}\right)^{\beta}}{\left(\dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_B}\right)^{\gamma}}.$$





б

Рисунок 12 – Эпюра срока службы для стеклотекстолита (а), эпюра срока службы для стали (б)
Figure 12 – Plot of service life for fiberglass (a), plot of service life for steel (b)

Исходя их эпюры (рисунок 12), видим, что срок службы материала – сталь (10^6 циклов) немного выше, чем у стеклотекстолита ($1{,}7\times10^4$–10^6 циклов). По краям стеклотекстолита число циклов уменьшается.

С точки зрения надежности оба материала поведут себя неплохо при работе с ударником, так как оба близки по удельной прочности. Срок службы материалов имеет почти одинаковое значение циклов.

В данной статье была использована полуэмпирическая модель усталости для прогнозирования жизни материалов, включающая влияние отношения стресса, частоты и максимального стресса. Используемая модель основана на предположении о снижении прочности представленных материалов в соответствии со степенным законом.

Также разработан метод прогнозирования усталостных долговечностей композиционных материалов. Поля напряжений и деформаций в матрице анализируются с помощью волоконной модели элементарной ячейки. Как только связь между параметром усталостного повреждения и усталостным сроком жизни установлена с любым произвольным условием испытания, можно прогнозировать усталостный срок службы при любом другом состоянии нагрузки. Таким образом, этот предложенный метод является потенциально ценным инструментом для расчета усталости материалов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. **Sendeckyj G. P.** Fitting models to composite materials fatigue data. In Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites; ASTM STP 734; Chamis, C.C., Ed.; ASTM International: West Conshohocken, PA, USA, 1981. pp. 245–260.
2. **Kitagawa H., Takashima S.** Application of fracture mechanics to very small fatigue cracks or the cracks in the early stage. In Proceedings of the Second International Conference on Mechanical Behavior of Materials,American Society for Metals, Materials Park, Boston, MA, USA, 16–20 August 1976. pp. 627–631.
3. **Wang S. S., Chim E. S.-M.** Fatigue Damage and Degradation in Random Short-Fiber SMC Composite. J. Compos. Mater. 1983. 17. 114–134. [CrossRef]
4. **Eskandari H., Kim H. S.** A Theory for mathematical framework and fatigue damage function for the S-N plane. In Fatigue and Fracture Test Planning, Test Data Acquisitions, and Analysis; ASTM STP1598; Wei, Z., Nikbin, K., McKeighan, P.C., Harlow, D.G., Eds.; ASTM International: West Conshohocken, PA, USA, 2017. pp. 299–336.

5. **Fotouh A., J. Wolodko, Z. Xia** Generalized monotonic modeling of natural fibre composites based on its normalized stress-strain tensile behaviour, in AES-ATEMA' 2011 International Conference. 2011: Montreal, Canada.
6. **Noda K., Takahara A., Kajiyama T.** Fatigue failure mechanisms of short glass-fiber reinforced nylon 66 based on nonlinear dynamic viscoelastic measurement. Polymer, 2001. 42(13): pp. 5803–5811.
7. **Kawai M.** A phenomenological model for off-axis fatigue behavior of unidirectional polymer matrix composites under different stress ratios. Composites Part A (Applied Science and Manufacturing), 2004. 35A(7-8): pp. 955–63.
8. **D'Amore A., Caprino G., Stupak P., Zhou J., Nicolais L.** Effect of stress ratio on the flexural fatigue behaviour of continuous strand mat reinforced plastics. Sci. Eng. Compos. Mater. 1996. 5. pp. 1–8. [CrossRef]

REFERENCES

1. **Sendeckyj G. P.** Fitting models to composite materials fatigue data. In Test Methods and Design Allowables for Fibrous Composites; ASTM STP 734; Chamis, C.C., Ed.; ASTM International: West Conshohocken, PA, USA, 1981. pp. 245–260.
2. **Kitagawa H., Takashima S.** Application of fracture mechanics to very small fatigue cracks or the cracks in the early stage. In Proceedings of the Second International Conference on Mechanical Behavior of Materials,American Society for Metals, Materials Park, Boston, MA, USA, 16–20 August 1976. pp. 627–631.
3. **Wang S. S., Chim E. S.-M.** Fatigue Damage and Degradation in Random Short-Fiber SMC Composite. J. Compos. Mater. 1983. 17. 114–134. [CrossRef]
4. **Eskandari H., Kim H. S.** A Theory for mathematical framework and fatigue damage function for the S-N plane. In Fatigue and Fracture Test Planning, Test Data Acquisitions, and Analysis; ASTM STP1598; Wei, Z., Nikbin, K., McKeighan, P.C., Harlow, D.G., Eds.; ASTM International: West Conshohocken, PA, USA, 2017. pp. 299–336.
5. **Fotouh A., J. Wolodko, Z. Xia** Generalized monotonic modeling of natural fibre composites based on its normalized stress-strain tensile behaviour, in AES-ATEMA' 2011 International Conference. 2011: Montreal, Canada.
6. **Noda K., Takahara A., Kajiyama T.** Fatigue failure mechanisms of short glass-fiber reinforced nylon 66 based on nonlinear dynamic viscoelastic measurement. Polymer, 2001. 42(13): pp. 5803–5811.
7. **Kawai M.** A phenomenological model for off-axis fatigue behavior of unidirectional polymer matrix composites under different stress ratios. Composites Part A (Applied Science and Manufacturing), 2004. 35A(7-8): pp. 955-63.
8. **D'Amore A., Caprino G., Stupak P., Zhou J., Nicolais L.** Effect of stress ratio on the flexural fatigue behaviour of continuous strand mat reinforced plastics. Sci. Eng. Compos. Mater. 1996. 5. 1–8. [CrossRef]

***Шмигель Владимир Викторович**, доктор техн. н ук, профессор*
Тел. 8-961-154-35-75
E-mail: v.shmigel@yarcx.ru

***Угловский Артем Сергеевич**, к нд. техн. н ук, ст рший препод в тель*
Тел. 8-980-663-85-78
E-mail: a.uglovskii@yarcx.ru

***Махаева Наталья Юрьевна**, спир нт*
Тел. 8-960-532-19-97, 8 (4852) 56-80-25
E-mail: n.mahaeva@yarcx.ru